PHYSICS

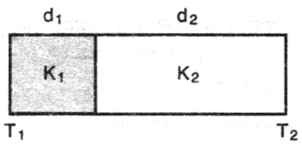
2. न्यूटन के शीतलन के नियमानुसार, ऊष्मा क्षय की दर, $\propto (T-T_0)$, जहाँ T निश्चित समयान्तराल में औसत ताप है। अतः

$$mc\frac{(60-50)}{10} \propto \left(\frac{60+50}{2}-25\right)$$

तथा $$mc\frac{(50-T)}{10} \propto \left(\frac{50+T}{2}-25\right)$$

हल करने पर, $T = 42.85^\circ C$

4. माना कि सम्पर्क पृष्ठ का ताप T है। चूँकि छड़ के दो हिस्से श्रेणी क्रम में हैं, अतः उनमें ऊष्मा के बहने की दर समान होगी।



$$\therefore \quad \frac{K_1A(T_1-T)}{d_1} = \frac{K_2A(T-T_2)}{d_2}$$

या $K_1d_2(T_1-T) = K_2d_1(T-T_2)$

$T(K_1d_2+K_2d_1) = K_1d_2T_1 + K_2d_1T_2$

$$\therefore \quad T = \frac{K_1d_2T_1+K_2d_1T_2}{K_1d_2+K_2d_1}$$

5. न्यूटन के शीतलन के नियमानुसार, शीतलन की दर तापान्तर के समानुपाती होती है। जब तापान्तर आधा करते हैं तो शीतलन की दर भी आधी हो जाती है। अतः लिया गया समय 10 सेकण्ड है।

6. माना कि सन्धि B, C तथा D के ताप क्रमशः θ_1, θ_2 तथा θ_3 हैं। माना Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 तथा Q_6 क्रमशः A से B तक, B से C तक, B से D तक, C से D तक, D से E तक तथा C से E तक प्रति सेकण्ड प्रवाहित होने वाली ऊष्मा की मात्राएँ हैं। सन्धि A तथा E के ताप क्रमशः 60°C तथा 10°C हैं।

$$Q_1 = \frac{0.46A(60-\theta_1)}{L},\ Q_4 = \frac{0.92A(\theta_2-\theta_3)}{L}$$

$$Q_2 = \frac{0.92A(\theta_1-\theta_2)}{L},\ Q_5 = \frac{0.46A(\theta_3-10)}{L}$$

$$Q_3 = \frac{0.46A(\theta_1-\theta_3)}{L} \text{ तथा } Q_6 = \frac{0.92A(\theta_2-10)}{L}$$

चूँकि $Q_1 = Q_2 + Q_3$

$$\frac{0.46A(60-\theta_1)}{L} = \frac{0.92A(\theta_1-\theta_2)}{L} + \frac{0.46A(\theta_1-\theta_3)}{L}$$

या $4\theta_1 - 2\theta_2 - \theta_3 = 60^\circ$ ...(1)

इसी प्रकार $Q_2 = Q_4 + Q_6$

इसलिए, $\theta_1 - 3\theta_2 - \theta_3 = 10^\circ$ ...(2)

तथा $Q_5 = Q_3 + Q_4$

$\therefore$ $\theta_1 + 2\theta_2 - 4\theta_3 = -10$ ...(3)

समीकरण (1), (2) व (3) को हल करने पर प्राप्त होता है,

$$\theta_1 = 30^\circ C,\ \theta_2 = 20^\circ C,\ \theta_3 = 20^\circ C$$

7. श्रेणीक्रम में $R = R_1 + R_2$

या $$\frac{2l}{K_{\text{eff}}A} = \frac{l}{K_1A} + \frac{l}{K_2}$$

या $$\frac{3}{k_{\text{eff}}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

या $$K_{\text{eff}} = \frac{24}{7} = 3.43$$

10. $T_1 = 27+273 = 300\text{ K}$

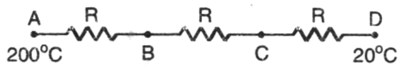
$T_2 = 327+273 = 600\text{ K}$

स्टीफन के नियम से,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \left(\frac{300}{600}\right)^4$$

$\therefore$ $E_2 = 16E_1$

13. तुल्य वैद्युत परिपथ, चित्रानुसार होगा :



A तथा D के बीच तापान्तर 180°C है, जोकि सभी छड़ों में समान रूप से वितरित है। अतः A तथा B के बीच तापान्तर 60°C होगा अथवा B का ताप 140°C होना चाहिए।

15. स्टीफन-बोल्ट्ज़मान के नियमानुसार, A पृष्ठीय क्षेत्रफल की सतह से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित ऊर्जा की मात्रा होती है—

$$E = \sigma AT^4$$

$$\therefore \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{A_1}{A_2}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 \text{ या } 10000 = \frac{r_1^2}{r_2^2}\left(\frac{2000}{6000}\right)^4$$

या $$\frac{r_1^2}{r_2^2} = (30)^4 \text{ या } r_1 : r_2 = 900:1$$

18. वीन के नियम के अनुसार

$$\lambda_m \propto \frac{1}{T}$$

तथा चित्र से $(\lambda_m)_1 < (\lambda_m)_3 < (\lambda_m)_2$

अतः $T_1 > T_3 > T_2$

20. माना कि n पट्टियाँ (slabs), जिसमें प्रत्येक की लम्बाई l है, क्षेत्रफल $A_1, A_2, A_3 \ldots A_n$ है तथा ऊष्मा चालकतायें $K_1, K_2, K_3 \ldots K_n$ है, समान्तर क्रम में जोड़ी गयी है। तब समतुल्य ऊष्मा चालकता

$$K_{eq} = \frac{K_1+K_2+K_3+\ldots+K_n}{n}$$

समान क्षेत्रफल की दो पट्टियों के लिये

$$K_{eq} = \frac{K_1+K_2}{2}$$

21. न्यूटन के शीतलीकरण के नियम के अनुसार

$$\frac{\theta_1-\theta_2}{t} = K\left[\frac{\theta_1+\theta_2}{2} - \theta_0\right]$$

प्रथम स्थिति में,

$$\frac{80-64}{5} = K\left[\frac{80+64}{2} - \theta_0\right]$$

या $3.2 = K[72-\theta_0]$ ...(1)

द्वितीय स्थिति में,

$$\frac{64-52}{5} = K\left[\frac{64+52}{2} - \theta_0\right]$$

या $2.4 = K[58-\theta_0]$ ...(2)

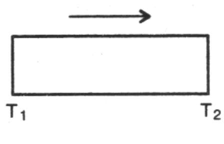
समीकरण (1) को (2) से विभाजित करने पर, हम पाते है :

$$\frac{3.2}{2.4} = \frac{72-\theta_0}{58-\theta_0}$$

या $185.2 - 3.2\theta_0 = 172.8 - 2.4\theta_0$

या $\theta_0 = 16^\circ C$

22. समीकरण $I = \dfrac{V}{R}$ के समतुल्य,



$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{KA}{L}(T_1 - T_2)$$

जहाँ K = छड़ की ऊष्मा चालकता

23. जब एक वस्तु विकिरण द्वारा ठण्डी होती है, तो ठण्डे होने की दर दी जाती है :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{eA\sigma}{ms}(\theta_4 - \theta_0^4)$$

ऋणात्मक चिन्ह प्रदर्शित करता है कि ताप घटता है, अर्थात् वस्तु ठण्डी होती है। s पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा है तथा θ_0 चारों ओर के वातावरण का ताप है।

या $$\frac{d\theta}{dt} \propto \frac{1}{s}$$

अर्थात्, ठण्डे होने की दर $\left(R = \dfrac{d\theta}{dt}\right)$ पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा के

व्युत्क्रमानुपाती होती है। A के लिए, ठण्डे होने की दर अधिक है। अत: A की विशिष्ट ऊष्मा कम है।

25. यदि परिवेश (surroundings) के ताप को भी विचार में ले, तो विकिरण द्वारा वस्तु की ऊर्जा में नेट हानि :

$$Q = A_e \sigma (T^4 - T_0^4)$$

या $\quad Q \propto (T^4 - T_0^4)$

$$\therefore \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1^4 - T_0^4}{T_2^4 - T_0^4}$$

$$= \frac{(273+327)^4 - (273+27)^4}{(273+427)^4 - (273+27)^4}$$

$$= \frac{(600)^4 - (300)^4}{(700)^4 - (300)^4} = 0.52$$

26. वीन के विस्थापन के नियम (Wein's displacement law) के द्वारा

$$\lambda_m T = \text{नियतांक}$$

$\therefore \quad \lambda_m T = \lambda'_m T'$

या $\quad 500 \times 6000 = 400 \times T'$

या $\quad T' = \dfrac{500 \times 6000}{400}$

$$= 7500 \text{ K}$$

27. माना कि परिवेश का ताप θ_0 है। न्यूटन के शीतलीकरण के नियम से,

$$\frac{62-50}{10} = K\left(\frac{62+50}{2} - \theta_0\right)$$

या $\quad \dfrac{12}{10} = K\left[\dfrac{112}{2} - \theta_0\right] \quad \ldots(1)$

तथा $\quad \dfrac{50-42}{10} = K\left[\dfrac{50+42}{2} - \theta_0\right]$

या $\quad \dfrac{8}{10} = K\left[\dfrac{92}{2} - \theta_0\right]$

समीकरण (1) को (2) से विभाजित करने पर, हम पाते हैं :

$$\frac{12}{10} \times \frac{10}{8} = \frac{112 - 2\theta_0}{92 - 2\theta_0}$$

या $\quad \dfrac{3}{2} = \dfrac{112 - 2\theta_0}{92 - 2\theta_0}$

या $\quad 276 - 6\theta_0 = 224 - 4\theta_0$

या $\quad \theta_0 = \dfrac{52}{2} = 26^\circ \text{C}$

28. वीन के नियमानुसार,

$$\lambda_m T = \text{नियतांक}$$

जहा T केल्विन में ताप है।

$$\therefore \quad \frac{(\lambda_{max})_1}{(\lambda_{max})_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{2227+273}{1227+273}$$

$$\frac{(\lambda_{max})_1}{(\lambda_{max})_2} = \frac{2500}{1500} = \frac{5}{3}$$

या $\quad (\lambda_{max})_2 = \dfrac{3}{5} \times (\lambda_{max})_1$

$$= \frac{3}{5} \times 5000 = 3000 \text{ Å}$$

29. वीन के नियम के अनुसार,

$$\lambda_T = \text{नियतांक}$$

या $\quad \dfrac{(\lambda_m)_1}{(\lambda_m)_2} = \dfrac{T_2}{T_1}$

या $\quad (\lambda_m)_2 = \dfrac{4000 \times 10^{-10} \times 3}{2} = 6000 \text{ Å}$

30. ताप परिवर्तन की दर $\dfrac{d\theta}{dt} \propto \dfrac{1}{r}$

$$\therefore \quad \frac{(d\theta/dt)_A}{(d\theta/dt)_B} = \frac{r_B}{r_A}$$

CHEMISTRY

31. (a) *ऑर्थो* तथा *पैरा* हाइड्रोजन अणु में भिन्न चक्रण प्रदर्शित करते हैं। अतः वे समस्थानिक नहीं हैं।

32. (c) $_1H^3$ में तीन न्यूक्लिऑन (1 प्रोटॉन + 2 न्यूट्रॉन) और एक इलेक्ट्रॉन होता है। अतः इनका योग $3 + 1 = 4$ है।

33. (b)

34. (c) हाइड्रोजन निकटतम अक्रिय गैस विन्यास प्राप्त करने के लिए हैलोजन की तरह एक इलेक्ट्रॉन ग्रहण करता है।

35. (d) 36. (c) 37. (c) 38. (c)

39. (c) भारी जल तीव्रगामी न्यूटॉनों की गति कम करने के लिए मंदक के रूप में तथा शीतलक के रूप में भी प्रयुक्त होता है।

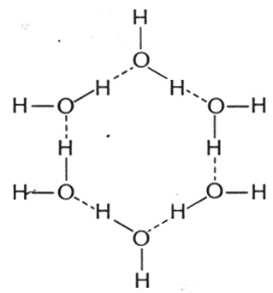
40. (c) $Mg + 2H_2O \longrightarrow Mg(OH)_2 + H_2 \uparrow$

41. (c) परहाइड्रॉल 30% H_2O_2 है।

$\because \quad$ 10 आयतन H_2O_2 = 3%

$\therefore$ 30% H_2O_2 का आयतन $= \dfrac{10}{3} \times 30 = 100$ आयतन

42. (c) बर्फ में जल के अणु इतने निकट नहीं होते जितने द्रव जल में होते हैं। क्रिस्टल जालक में रिक्त स्थान होते हैं। परिणामतः आयतन अधिक तथा घनत्व कम हो जाता है। (घनत्व = द्रव्यमान/आयतन)



बर्फ की षट्कोणीय मधुमक्खी छत्ता संरचना

43. (b) जल का डाइइलैक्ट्रिक नियतांक (82) तथा द्रव परास उच्च होता है तथा यह अत्यधिक यौगिकों को विलेय कर सकता है। अतः यह सार्वत्रिक विलायक के रूप में प्रयुक्त होता है।

44. (d)

45. (c) आकर्षण बल निम्नतम् है अतः यह सबसे वाष्पशील है।

46. (b) फ्लोरीन अत्यधिक विद्युतऋणात्मक होने के कारण जल से ऑक्सीजन को दूर करती है तथा स्वयं फ्लोराइड आयन में अपचायित हो जाती है।

$$\underset{\text{ऑक्सीकारक}}{2F_2(g)} + \underset{\text{अवकारक}}{2H_2O(l)} \longrightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4F^-(aq)$$

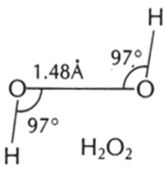
$$\underset{\text{ऑक्सीकारक}}{3F_2(g)} + \underset{\text{अवकारक}}{3H_2O(l)} \longrightarrow O_3(g) + 6H^+(aq) + 6F^-(aq)$$

इन अभिक्रियाओं में जल अपचायक के रूप में कार्य करता है अतः स्वयं ऑक्सीजन अथवा ओजोन में ऑक्सीकृत हो जाता है। फ्लोरीन ऑक्सीकारक के रूप में कार्य करती है। अतः स्वयं F^- आयन में अपचयित हो जाती है।

47. (d)

48. (a) $H_2SO_4 + BaO_2 \longrightarrow BaSO_4 + H_2O_2$

49. (b)



50. (d) 50% सल्फ्यूरिक अम्ल के विद्युत अपघटन पर डाइसल्फ्यूरिक अम्ल ($H_2S_2O_8$) प्राप्त होता है जो आसवन पर 30% हाइड्रोजन परॉक्साइड विलयन प्राप्त होता है।

51. (c)

52. (c) $Na_2O_2 + H_2SO_4 \longrightarrow Na_2SO_4 + H_2O_2$

53. (c) आयतन सान्द्रता = 5.6 × नॉर्मलता

$= 5.6 \times 1.5 = 8.4$ ली

54. (b) 5 आयतन H_2O_2 विलयन का अर्थ यह है कि 5 आयतन H_2O_2 विलयन के 1 ली के अपघटन पर NTP पर O_2 के 5 ली प्राप्त होते हैं।

$$\underset{2 \times 34 \text{ ग्राम}}{2H_2O_2} \longrightarrow 2H_2O + \underset{\text{सा दा ता पर } 22.7 \text{ ली}}{O_2}$$

22.7 ली O_2 सा ता दा पर प्राप्त करने के लिए H_2O_2 = 68 ग्राम

∴ 5 ली O_2 सा ता दा पर प्राप्त करने के लिए H_2O_2

$= \frac{68 \times 5}{22.7}$ ग्राम $= 14.98 \approx 15$ ग्राम

किन्तु सा ता दा पर O_2 के 5 ली 5 आयतन H_2O_2 की 1 ली से प्राप्त होते हैं।

∴ H_2O_2 विलयन की सान्द्रता = 15 ग्राम/ली

या H_2O_2 विलयन की % सान्द्रता $= \frac{15}{1000} \times 100 = 1.5\%$

55. (c) H_2SO_4, H_2O_2 के अपघटन के लिए उत्प्रेरक का कार्य करता है। अतः परॉक्साइड से H_2O_2 बनाने के लिए कुछ दुर्बल अम्लों जैसे H_3PO_4, H_2CO_3 को H_2SO_4 पर वरीयता दी जाती है।

$$3BaO_2 + 2H_3PO_4 \longrightarrow \underset{\text{(अविलेय)}}{Ba_3(PO_4)_2} + 3H_2O_2$$

56. (d) अनिश्चित अनुपात के हाइड्राइड अनेक d-ब्लॉक (वर्ग 7, 8, 9 की धातुओं को छोड़कर तथा f-ब्लॉक के तत्व बनाते हैं। ये हाइड्राइड हमेशा अनिश्चित अनुपात वाले होते हैं अर्थात् हाइड्रोजन न्यून इन हाइड्राइडों में हाइड्रोजन परमाणु अन्तःस्थ स्थान में उपस्थित होते हैं।

उदाहरण $LaH_{2.84}$, $YbH_{2.35}$, $TiH_{1.5-1.8}$, $PdH_{0.6-0.8}$ आदि।

57. (c) जल एक इलेक्ट्रॉन परिशुद्ध हाइड्राइड है।

58. (a) 59. (a)

60. (b) $M^+H^- \longrightarrow M^+ + \underset{\text{हाइड्राइड आयन}}{H^-}$

$H^- \longrightarrow \frac{1}{2}H_2 + e^-$ (ऐनोड पर)

MATHEMATICS

61. **हल** (d) माना गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद व सार्वानुपात क्रमशः A व R है, तब

$a = AR^{p-1}$

इसी प्रकार, $b = AR^{q-1}$

व $c = AR^{r-1}$

⇒ $\log a = \log A + (p-1)\log R$ ...(i)

इसी प्रकार, $\log b = \log A + (q-1)\log R$ ...(ii)

और $\log c = \log A + (r-1)\log R$ ...(iii)

अब, $(q-r)\log a + (r-p)\log b + (p-q)\log c$

$= (q-r)\{\log A + (p-1)\log R\} + (r-p)\{\log A + (q-1)\log R\} + (p-q)\{\log A + (r-1)\log R\}$

$= \log A\,[q - r + r - p + p - q] + \log R\,[p(q-r) + q(r-p) + r(p-q) - (q-r) - (r-p) - (p-q)]$

$= \log A \cdot 0 + \log R \cdot 0 = 0$

62. **हल** (a) माना दो संख्याएँ a तथा b हैं, तब 3, a, b, 81 गुणोत्तर श्रेणी में होंगे

∴ nवाँ पद, $T_n = AR^{n-1}$

∴ $81 = 3R^{4-1}$

⇒ $R^3 = \frac{81}{3} = 27$

⇒ $R^3 = (3)^3 \Rightarrow R = 3$

∴ $a = AR = 3 \times 3 = 9, b = AR^2 = 3 \times 3^2 = 27$

63. **हल** (b) माना दी गई श्रेढ़ी,

$S = 3 \times 1^2 + 5 \times 2^2 + 7 \times 3^2 + \ldots$

सर्वप्रथम हम दी गई श्रेढ़ी को दो भागों में विभक्त करेंगे,

$3, 5, 7, \ldots$ तथा $1^2, 2^2, 3^2, \ldots$

इसके पश्चात् श्रेढ़ी का nवाँ पद ज्ञात करने के लिए प्रत्येक भाग का nवाँ पद ज्ञात करते हैं।

$T_n = (3, 5, 7, \ldots$ का nवाँ पद$) \times (1, 2, 3, \ldots$ का nवाँ पद$)^2$

$= [3 + (n-1)2][1 + (n-1)1]^2 = (3 + 2n - 2)(n)^2$

$= (2n+1)n^2 = 2n^3 + n^2$

अब, $S = \Sigma T_n = 2\Sigma n^3 + \Sigma n^2$

$= 2\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$= \frac{n(n+1)}{2}\left[2 \times \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2n+1}{3}\right]$

$\left\{\because \Sigma n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 \text{ तथा } \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right\}$

$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{3n(n+1) + 2n + 1}{3}\right\}$

$= \frac{n(n+1)}{6} \times (3n^2 + 3n + 2n + 1) = \frac{n(n+1)(3n^2 + 5n + 1)}{6}$

64. (b) माना समान्तर श्रेणी के प्रथम पद तथा सार्वान्तर क्रमशः a तथा d हैं।

दिया है, $S_1 = n$ पदों का योग

$n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ ...(i)

$S_2 = 2n$ पदों का योग

$= \frac{2n}{2}[2a + (2n-1)d]$ ...(ii)

तथा $S_3 = 3n$ पदों का योग

$= \frac{3n}{2}[2a + (3n-1)d]$ ...(iii)

∴ $3(S_2 - S_1)$

$= 3\left[\frac{2n}{2}\{2a + (2n-1)d\} - \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}\right]$

[समी (i) तथा (ii) से]

$= \frac{3n}{2}[2(2a + (2n-1)d\} - \{2a + (n-1)d\}]$

$= \frac{3n}{2}[4a + 2(2n-1)d - 2a - (n-1)d]$

$= \frac{3n}{2}[(4a - 2a) + d(4n - 2 - n + 1)]$

$= \frac{3n}{2}[2a + (3n-1)d] = S_3$ [समी (iii) से]

65. **(c)** $\because$ a व b का समान्तर माध्य $= \dfrac{a+b}{2}$

परन्तु $$\frac{a+b}{2} = \frac{a^n+b^n}{a^{n-1}+b^{n-1}} \quad \text{(दिया है)}$$

$$\Rightarrow \quad a^n + b^n + \frac{ab^n}{b} + \frac{ba^n}{a} = 2(a^n+b^n)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a}{b}b^n + \frac{b}{a}a^n = a^n + b^n$$

$$\Rightarrow \quad a^n\left(\frac{a-b}{a}\right) = -b^n\left(\frac{b-a}{b}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\therefore \quad n = 1$$

66. **(c)** माना S_n तथा S'_n दो समान्तर श्रेणियों के n पदों का योग हैं तथा उनके 11वें पद क्रमशः T_{11} व T'_{11} हैं, तब

$$\frac{S_n}{S_n{}'} = \frac{\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]}{\frac{n}{2}[2a'+(n-1)d']} = \frac{7n+1}{4n+27} \quad \text{(दिया है)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{a + \frac{(n-1)}{2}d}{a' + \frac{(n-1)}{2}d'} = \frac{7n+1}{4n+27}$$

अब, $n = 21$ रखने पर,

$$\frac{a+10d}{a'+10d'} = \frac{T_{11}}{T'_{11}} = \frac{148}{111} = \frac{4}{3}$$

67. **(b)** दिया है,

$$(a^2+b^2+c^2)p^2 - 2(ab+bc+cd)p + (b^2+c^2+d^2) \le 0 \quad \text{...(i)}$$

बायाँ पक्ष $= (a^2p^2 - 2abp + b^2) + (b^2p^2 - 2bcp + c^2) + (c^2p^2 - 2cdp + d^2)$

$$= (ap-b)^2 + (bp-c)^2 + (cp-d)^2 \ge 0 \quad \text{...(ii)}$$

$\because$ वास्तविक संख्या के वर्ग का योग ऋणोत्तर है।

समी (i) व (ii) से,

$$(ap-b)^2 + (bp-c)^2 + (cp-d)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad ap - b = 0 = bp - c = cp - d$$

$$\Rightarrow \quad \frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = p$$

$\therefore a, b, c, d$ गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

68. **(b)** $(\underbrace{666\ldots6}_{n \text{ अंक}}) = 6 + 6\times10 + 6\times10^2 + \ldots + 6\times10^{n-1}$

$$= 6(1 + 10 + 10^2 + \ldots + 10^{n-1})$$

$$= \frac{6}{9}(10^n - 1) = \frac{2}{3}(10^n - 1)$$

इसी प्रकार, $(\underbrace{888\ldots8}_{n \text{ अंक}}) = \dfrac{8}{9}(10^n - 1)$

अतः अभीष्ट योगफल है

$$= \frac{4}{9}(10^n-1)^2 + \frac{8}{9}(10^n-1)$$

$$= \frac{4}{9}(10^{2n} - 2\cdot10^n + 1 + 2\cdot10^n - 2)$$

$$= \frac{4}{9}(10^{2n} - 1)$$

69. **(a)** यहाँ, $a = 0.9 = \dfrac{9}{10}$ तथा $r = \dfrac{1}{10} = 0.1$

$$S_{100} = a\left(\frac{1-r^{100}}{1-r}\right) \quad (\because |r| < 1)$$

$$= \frac{9}{10}\left(\frac{1-\frac{1}{10^{100}}}{1-\frac{1}{10}}\right) = 1 - \frac{1}{10^{100}}$$

70. **(a)** माना $S = 8 + 88 + 888 + 8888 + \ldots + n$ पदों तक

$\Rightarrow$ $S = 8(1 + 11 + 111 + 1111 + \ldots + n$ पदों तक)

$= \dfrac{8}{9}[9 + 99 + 999 + 9999 + \ldots + n$ पदों तक]

$= \dfrac{8}{9}[(10 + 100 + 1000 + \ldots + n$ पदों तक) $- (1 + 1 + 1 + 1 + \ldots + n$ पदों तक)]

$$= \frac{8}{9}\left[10\,\frac{(10^n-1)}{10-1} - n\right] \quad \left[\because S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}, r > 1\right]$$

$$= \frac{8}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{9} - n\right]$$

$$= \frac{8}{9}\times\frac{10}{9}\times(10^n-1) - \frac{8}{9}\times n = \frac{80}{81}(10^n-1) - \frac{8n}{9}$$

71. **(c)** माना गुणोत्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद A तथा सार्वानुपात R है।

दिया है, pवाँ पद $= T_p = a \Rightarrow AR^{p-1} = a$ ...(i)

qवाँ पद $= T_q = b \Rightarrow AR^{q-1} = b$ ...(ii)

rवाँ पद $= T_r = c \Rightarrow AR^{r-1} = c$ ...(iii)

$\therefore$ $a^{q-r}b^{r-p}c^{p-q}$

$$= (AR^{p-1})^{q-r}(AR^{q-1})^{r-p}(AR^{r-1})^{p-q}$$

$$= A^{q-r}R^{(p-1)(q-r)}A^{r-p}R^{(q-1)(r-p)}A^{p-q}R^{(r-1)(p-q)}$$

$$= A^0R^{pq-pr-q+r+qr-pq+r+p+rp-rq-p+q}$$

$$= A^0R^0 = 1$$

72. **(b)** हम जानते हैं, समान्तर माध्य $\ge$ गुणोत्तर माध्य

$$\therefore \quad \frac{4^x + \frac{4}{4^x}}{2} \ge \sqrt{4^x \times \frac{4}{4^x}}$$

$$\Rightarrow \quad 4^x + \frac{4}{4^x} \ge 2\sqrt{4}$$

$$\Rightarrow \quad 4^x + 4^{1-x} \ge 4$$

73. **(b)** यह समान्तरीय-गुणोत्तर श्रेणी है

$$\therefore \quad S_\infty = \frac{a}{1-r} + \frac{dr}{(1-r)^2}$$

$$= \frac{1}{1-1/2} + \frac{2\cdot\frac{1}{2}}{(1-1/2)^2}$$

$$= \frac{1}{1/2} + \frac{1}{1/4}$$

$$= 2 + 4 = 6$$

74. **(c)** $$\because \frac{\frac{2p}{3} + \frac{2p}{3} + \frac{2p}{3} + \underbrace{\frac{3q}{5} + \ldots + \frac{3q}{5}}_{5 \text{ बार}} + \underbrace{\frac{4r}{7} + \ldots + \frac{4r}{7}}_{7 \text{ बार}}}{15}$$

$$\ge \sqrt[15]{\left(\frac{2p}{3}\right)^3\left(\frac{3q}{5}\right)^5\left(\frac{4r}{7}\right)^7} \quad (\because \text{समान्तर माध्य} \ge \text{गुणोत्तर माध्य})$$

$$\Rightarrow \quad p^3q^5r^7\,\frac{2^3 3^5 4^7}{3^3\,5^5\,7^7} \le 1$$

$$\Rightarrow \quad p^3q^5r^7 \le \frac{5^5\,7^7}{2^3\,3^2\,4^7}$$

75. (c) चूँकि प्रत्येक पद आगामी दो पदों के योगफल के बराबर है

$\therefore \quad ar^{n-1} = ar^n + ar^{n+1}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{r} = 1 + r \Rightarrow r^2 + r - 1 = 0$

$\Rightarrow \quad r = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad \left(\because r \neq \frac{-\sqrt{5}-1}{2}\right)$

76. (d) दिया है, $\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_p}{a_1 + a_2 + \ldots + a_q} = \frac{p^2}{q^2} \quad \left\{\because S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]\right\}$

$\therefore \quad \frac{\frac{p}{2}[2a_1 + (p-1)d]}{\frac{q}{2}[2a_1 + (q-1)d]} = \frac{p^2}{q^2}$

जहाँ, समान्तर श्रेणी का सार्वान्तर है

$\frac{(2a_1 - d) + pd}{(2a_1 - d) + qd} = \frac{p}{q}$

$\Rightarrow \quad (2a_1 - d)(p - q) = 0$

$\Rightarrow \quad a_1 = \frac{d}{2} \quad (\because p \neq q)$

अब, $\quad \frac{a_6}{a_{21}} = \frac{a_1 + 5d}{a_1 + 20d} = \frac{\frac{d}{2} + 5d}{\frac{d}{2} + 20d} = \frac{11}{41}$

77. (d) $\because a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ हरात्मक श्रेणी में हैं

$\therefore \quad \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \ldots, \frac{1}{a_n}$ समान्तर श्रेणी में हैं।

माना d समान्तर श्रेणी का सार्वान्तर है

$\therefore \quad \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = d$

$\Rightarrow \quad a_1 - a_2 = a_1 a_2 d$

इसी प्रकार, $\quad a_2 - a_3 = a_2 a_3 d$

… … … …

… … … …

$a_{n-1} - a_n = a_{n-1} a_n d$

इन सबको जोड़ने पर,

$a_1 - a_n = d(a_1 a_2 + a_2 a_3 + \ldots + a_{n-1} a_n) \quad \ldots(i)$

तथा $\quad \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_1} + (n-1)d$

$\Rightarrow \quad d = \frac{a_1 - a_n}{a_1 a_n (n-1)}$

d का मान समी (i) में रखने पर,

$a_1 - a_n = \frac{a_1 - a_n}{a_1 a_n (n-1)}(a_1 a_2 + a_2 a_3 + \ldots + a_{n-1} a_n)$

$\Rightarrow \quad a_1 a_2 + a_2 a_3 + \ldots + a_{n-1} a_n = a_1 a_n (n-1)$

78. (a) दिया है, $\quad T_m = \frac{1}{n}$

$\Rightarrow \quad a + (m-1)d = \frac{1}{n} \quad \ldots(i)$

तथा $\quad T_n = \frac{1}{m}$

$\Rightarrow \quad a + (n-1)d = \frac{1}{m} \quad \ldots(ii)$

समी (i) व (ii) को हल करने पर,

$a = d = \frac{1}{mn}$

$\therefore \quad a - d = 0$

79. (b) यदि n सम संख्या है, तब दी गई श्रेणी के n पदों का योग $= \frac{n(n+1)^2}{2}$

माना n विषम संख्या है

अतः $\quad n = 2m + 1$

तब, $\quad S_{2m+1} = S_{2m} + (2m+1)$ वाँ पद

$= \frac{(n-1)n^2}{2} + n$वाँ पद

$= \frac{(n-1)n^2}{2} + n^2 = n^2\left(\frac{n-1+2}{2}\right) = \frac{(n+1)n^2}{2}$

80. (d) माना $\quad S = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \ldots\infty$

$xS = \quad x + 3x^2 + 6x^3 + \ldots\infty$

घटाने पर,

$S(1-x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots\infty$

$x(1-x)S = \quad x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots\infty$

पुनः घटाने पर,

$S[(1-x) - x(1-x)] = (1 + x + x^2 + x^3 + \ldots\infty)$

$\Rightarrow \quad S[(1-x)(1-x)] = \frac{1}{1-x} \Rightarrow S = \frac{1}{(1-x)^3}$

81. (a) $\sum_{r=1}^{n} \frac{S_r}{s_r} = \sum_{r=1}^{n} \frac{\frac{r^2(r+1)^2}{4}}{\frac{r(r+1)}{2}}$

$\left\{\because \sum n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ तथा } \sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2\right\}$

$= \sum_{r=1}^{n} \frac{r(r+1)}{2} = \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{n}(r^2 + r)$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}\right]$

$= \frac{1}{12}(n)(n+1)(2n+1+3)$

$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

82. (b) दी गई श्रेणी निम्न है

$\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \ldots + n$ पदों तक

माना इस श्रेणी का nवाँ पद T_n है

$\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \ldots$

तब, $\quad T_n = \frac{n}{1+n^2+n^4} = \frac{n}{(1+n^2)^2 - n^2}$

$= \frac{n}{(n^2+n+1)(n^2-n+1)}$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+(n-1)n} - \frac{1}{1+n(n+1)}\right]$

$\therefore \quad T_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{1+1\cdot 2}\right]$

$T_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+1\cdot 2} - \frac{1}{1+2\cdot 3}\right]$

$T_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+2\cdot 3} - \frac{1}{1+3\cdot 4}\right]$

… … …

… … …

$T_n = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+(n-1)n} - \frac{1}{1+n(n+1)}\right]$

इन समीकरणों को जोड़ने पर,

$\sum_{r=1}^{n} T_r = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{1+n(n+1)}\right] = \frac{n(n+1)}{2(n^2+n+1)}$

83. **(d)** माना $S=\frac{1}{3\times7}+\frac{1}{7\times11}+\frac{1}{11\times15}+\dots\infty$

$$=\frac{1}{4}\left[\left\{\frac{1}{3}-\frac{1}{7}\right\}+\left\{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}\right\}+\dots\right]$$

$$=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}+0\right)=\frac{1}{12}$$

84. **(a)** माना $S_n=1\cdot3\cdot5+2\cdot5\cdot8+3\cdot7\cdot11+\dots n$ पदों तक

$\therefore \quad T_n=n(2n+1)(3n+2)$

$\therefore \quad S_n=\Sigma T_n=\Sigma n(2n+1)(3n+2)$

$$=\Sigma n(6n^2+7n+2)$$

$$=\Sigma(6n^3+7n^2+2n)$$

$$=6\Sigma n^3+7\Sigma n^2+2\Sigma n$$

$$=6\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2+\frac{7n(n+1)(2n+1)}{6}+2\frac{n(n+1)}{2}$$

$$=\frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{6n(n+1)}{2}+\frac{7(2n+1)}{3}+2\right]$$

$$=\frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{18(n^2+n)+28n+14+12}{6}\right]$$

$$=\frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{18n^2+46n+26}{6}\right)$$

$$=\frac{n(n+1)}{2}\,\frac{2(9n^2+23n+13)}{6}$$

$$=\frac{n(n+1)(9n^2+23n+13)}{6}$$

85. **(c)** माना $S_n=\frac{1^3}{1}+\frac{1^3+2^3}{1+3}+\frac{1^3+2^3+3^3}{1+3+5}+\dots$

$\therefore \quad T_n=\frac{1^3+2^3+3^3+\dots+n^3}{1+3+\dots+(2n-1)}$

$$=\frac{\Sigma n^3}{n^2} \qquad [\because 1+3+\dots+(2n-1)=n^2]$$

$$=\frac{\{n(n+1)\,2\}^2}{n^2}=\frac{(n+1)^2}{4}$$

$$=\frac{n^2+2n+1}{4}$$

86. **(d)** माना $S_n=n^3-(n-1)^3+\dots+(-1)^{n-1}1^3$

यहाँ, n एक विषम पूर्णांक है

$S_n=1^3-2^3+3^3-4^3+\dots+n^3$

$$=[1^3+2^3+3^3+\dots+(n-1)^3+n^3]$$
$$-2[2^3+4^3+6^3+\dots+(n-1)^3]$$

$$=\Sigma n^3-2\times2^3\left[1^3+2^3+3^3+\dots\left(\frac{n-1}{2}\right)^3\right]$$

$$=\Sigma n^3-16\left[\Sigma\left(\frac{n-1}{2}\right)^3\right]$$

$$=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2-16\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(\frac{n-1}{2}+1\right)\right]^2$$

$$\Sigma n=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\frac{n^2(n+1)^2}{4}-\frac{16\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)^2\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right]}{4}$$

$$=\frac{(n+1)^2}{4}[n^2-(n^2+1-2n)]=\frac{(n+1)^2}{4}(2n-1)$$

87. **(d)** 0.14189189189 ...

$$=0.14+0.00189+0.00000189+\dots$$

$$=\frac{14}{100}+189\left[\frac{1}{10^5}+\frac{1}{10^8}+\dots\infty\right]$$

$$=\frac{7}{50}+\frac{189}{999\times100}$$

$$=\frac{7}{50}+\frac{7}{3700}=\frac{21}{148}$$

88. **(a)** यहाँ, $a=0.15,\ r=\frac{0.015}{0.15}=\frac{15}{1000}\times\frac{100}{15}$

$$r=\frac{1}{10}<1 \text{ तथा } n=20.$$

अब, $\quad S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$$\Rightarrow \quad S_{20}=\frac{0.15\left[1-\left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]}{1-\frac{1}{10}}=\frac{0.15\left(1-\frac{1}{10^{20}}\right)}{\frac{10-1}{10}}$$

$$=\frac{0.15\times10}{9}\left(1-\frac{1}{10^{20}}\right)$$

$$=\frac{15\times10}{900}\left[1-\left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]=\frac{1}{6}[1-(0.1)^{20}]$$

89. **(b)** $\because x, y, z$ गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

$\therefore \quad y^2=xz$

$\Rightarrow \quad 2\log y=\log x+\log z$

$\Rightarrow \quad 2(\log y+1)=(1+\log x)+(1+\log z)$

$\Rightarrow 1+\log x, 1+\log y, 1+\log z$ समान्तर श्रेणी में हैं।

$\Rightarrow \frac{1}{1+\log x}, \frac{1}{1+\log y}, \frac{1}{1+\log z}$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

90. **(c)** दिया है,

योग $=(x+2)^{n-1}\left\{1+\left(\frac{x+1}{x+2}\right)+\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2+\dots+\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{n-1}\right\}$

$$=(x+2)^{n-1}\left\{\frac{1-\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^n}{1-\left(\frac{x+1}{x+2}\right)}\right\}$$

$$=\frac{(x+2)^{n-1}\{(x+2)^n-(x+1)^n\}\cdot(x+2)}{(x+2)^n}=(x+2)^n-(x+1)^n$$